MATEMÁTICA *Respondendo ...*

DIDATIKA
Vestibulares

Nome: ______________________________ Sala: ________

Nota: ________

Sejam **a** e **b** números reais não negativos. Define-se:

média aritmética: $\mathbf{A} = \dfrac{a+b}{2}$ média geométrica: $\mathbf{G} = \sqrt{ab}$

a) Calcule as médias aritmética e geométrica para cada um dos pares de números indicados **1** e **9**, **2** e **8**, **4** e **9**, **8** e **8**. (**1 ponto**)

b) O que os resultados obtidos sugerem em relação à comparação entre as duas médias? (**2 pontos**)

c) Demonstre a conclusão sugerida no item anterior. (**2 pontos**)

Sugestão: observe o desenvolvimento da expressão $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

RESOLUÇÃO ESPERADA

a) 1 e 9 $A = \dfrac{1+9}{2} = 5$ $G = \sqrt{1,9} = 3$

2 e 8 $A = \dfrac{2+8}{2} = 5$ $G = \sqrt{2,8} = 4$

4 e 9 $A = \dfrac{4+9}{2} = 6,5$ $G = \sqrt{4,9} = 6$

8 e 8 $A = \dfrac{8+8}{2} = 8$ $G = \sqrt{8,8} = 8$

b) Os resultados sugerem que **A ≥ G** (a igualdade ocorre para números iguais)

c) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a}\,.\,\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2$

Como **a > 0** e **b > 0**, $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$

Como sabemos $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$

e então $a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0$

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$

: 2 $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

Portanto **A ≥ G**

COMENTÁRIO: